

# 確率ボラティリティ・モデル SABR の 理論と実装

2013年5月20日（月）開講、全6回

## OTC クオンツスクール

SABR Model は P. Hagan らによる、確率ボラティリティ・モデルに分類されるモデルですが、外資系投資銀行等で金利オプションの分野で標準的に使用されているモデルであり、市場で見られるボラティリティ・スマイルへのフィッティングやリスク管理面において優れた特性を持つ実践的なモデルです。今回の連続セミナーでは、SABR モデルの背景、P. Hagan による近似公式の完全導出、SABR モデルのトレーディング、リスク管理における使い方、応用として SABR をつかった CMS (Constant maturity swap)、CMS Cap/Floor 及び、CMS spread option のプライシングについて講義いたします。

このコースは、同じ講師が 2011 年 1 月からシグマインベストメントスクールで約 2 年間続けていた講義で、この講義を SABR モデルの開発に活用された金融機関も多いと聞いております。

講師は、外資系金融機関において 90 年代末からクオンツとして SABR モデルの開発にたずさわりのリーダーとしても SABR モデルを使っていた経験を持っています。

### 概要

- なぜオプションのボラティリティにスマイルができるのかという基本的な問題から入り、Local Volatility モデルと Stochastic Volatility モデルについて講義します。Stochastic Volatility モデルの 1 つである SABR モデルの公式を実務的に理解したあと、実際の金利オプションのプライシングとリスク管理のデモ、Excel 演習を通して理解を確実なものにします。最後に SABR モデルを用いて、ボラティリティ・スマイルの情報をフルにつかった CMS Swap、CMS Cap/Floor 及び CMS スプレッドオプションのプライシングを行います。ここでの CMS スプレッドオプション理論は最近の成果にもとづくものです。
- いまや、金利オプションの分野では業界標準となっている Hagan らの確率ボラティリティ・モデル SABR (Stochastic Alpha, Beta, Rho) の近似公式はよく知られていますが、この近似式の導出を Hagan らのオリジナルの論文にそって、完全導出を試みます。この導出は実際に業務を行っている方個人で行うにはかなり困難な部分といえます。導出には摂動定理や偏微分方程式などの数学知識を使うので、これらの数学を最初に復習します。公式の導出過程がわかると、どこが近似でなにかが好ましくないのかといったこともわかり、その後のモデルの改良も行えるようになります。

## セミナー対象者

- ・ 金融機関で金融理論研究に関わる方、クオンツ、トレーダー
- ・ 金融機関のデリバティブ、ALM、リスク管理等の関係部署の方
- ・ 監査法人でデリバティブ業務等の監査に携わる方、金融商品の評価業務に携わる方
- ・ デリバティブ、金融リスク関係のシステム構築に携わる方
- ・ 微分積分や伊藤の定理に抵抗のない方

## 講義日程

| 第1回         | 第2回         | 第3回         | 第4回         | 第5回         | 第6回        |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| 5/20<br>(月) | 5/27<br>(月) | 6/10<br>(月) | 6/17<br>(月) | 6/24<br>(月) | 7/1<br>(月) |

(注) 6/3 (月) はお休みとなります。

時間： 18:00 – 21:00

会場： JAビル カンファレンス 301B

定員： 25 名 (申し込み人数が定員になった時点で締め切らせていただきます)

## 担当講師

高田勝己 (株式会社 Diva Investments 代表取締役)

平成元年、一橋大学経済学部卒業。日本債券信用銀行 資金証券部 調査役、さくら銀行 商品開発部 上席調査役、コムルツ証券会社 債券部トレーディングデスク ディレクター、ベアースターズ・ジャパン 債券部 マネジングディレクター、RBC(Royal Bank of Canada)キャピタルマーケット・ジャパン ディレクターを経て、現在、株式会社 Diva Investments にて金融デリバティブモデルにかかるコンサルティングに従事する。

シカゴ大学 MBA Analytic Finance 専攻。東京大学大学院 数理学科 後期博士課程修了。

## 受講料

210,000円 (税込)

回ごとの受講もできます。1 回につき40,000 円(税込)

学生割引：フルタイムの学生は50%の受講料で受講できます。ただし、申込みの優先順位は後回しになります。

## お申込み

OTC クオンツスクールのホームページ <http://www.divainvest.jp> から申し込んでください。

## 講義内容

### 第1回 SABR モデルの背景

- ・ Black-Scholes モデルとボラティリティ・スマイル
- ・ Bachelier モデルと bps ボラティリティ
- ・ Vanna / Volga と Risk Reversal / Butterfly
- ・ Local Vol モデルと Stochastic Vol モデル
- ・ SABR モデルのパラメーターの理解
- ・ トレーディングデスクでの SABR モデルの位置づけ
- ・ 他のモデルとの関係と整合性

### 第2回 数学準備

- ・ 漸近展開
- ・ 摂動定理
- ・ 常微分方程式
- ・ 偏微分方程式
- ・ 確率微分方程式
- ・ Kolmogorov の上向方程式と下向方程式
- ・ Tanaka' s formula

### 第3回 第4回 SABR 近似公式の完全導出

- ・ SABR モデルの挙動
- ・ Small Volatility Expansion
- ・ ローカルタイムとオプションプライシング
- ・ 推移確率密度関数の満たす Kolmogorov の上向方程式
- ・ 摂動定理の下向偏微分方程式への応用
- ・ SABR モデルのオプション価格の算出
- ・ Equivalent Normal Volatility の算出
- ・ Equivalent Black Volatility の算出

### 第5回 SABR モデルの実際

- ・ 金利オプション、Cap/Floor と Swaption のプライシング
- ・ SABR モデルによるマーケットメイク
- ・ Delta と Vega の算出
- ・ Vanna と Volga の考え方
- ・ Black-Scholes モデルとの比較
- ・ モデルパラメーターのカリブレーション
- ・ ボラティリティの平均回帰性について

### 第5回 SABR モデルの応用

- ・ 測度変換の復習
- ・ CMS (Constant Maturity Swap) レートとスワップレートとの関係
- ・ ボラティリティ・スマイルを完全に織り込んだ CMS レートと CMS Cap/Floor のプライシング
- ・ コピュラ
- ・ 最新の CMS スプレッドオプション理論
- ・ CMS スプレッドオプションの SABR とコピュラを用いたプライシング

(注) 講義内容は見直し等により変更になる場合があります。